# Исследование влияния нелинейных эффектов на динамику пучка заряженных частиц в ФО канале

**Дано**: длинный периодический канал, составленный из тонких фокусирующих линз. Расстояние между линзами задано и его можно положить равным единице.

**Задача**: исследовать, как на динамику частиц в таком канале влияет слабая нелинейность линз.

**Ход выполнения**:

1. Выбрать силу линз, при которой μ (набег фазы за период) равен .
2. На каком-либо языке программирования создать процедуру определения изменения положения точки на фазовой плоскости через период.
3. Расставить точки вдоль эллипса, ориентированного по главным осям на фазовой плоскости, рассмотреть динамику такого эллипса.
4. Добавить слабую нелинейность в линзах.
5. (**Вариант 1**) Определить параметры эллипса Флоке, рассчитать эффективный эмиттанс, сравнить его с эмиттансом пучка. Рассмотреть, как будут соответствовать между собой эллипс Флоке, описанный вокруг начального эллипса, и представление пучка, прошедшего значительное число оборотов в нелинейном канале.
6. (**Вариант 2**) Расставить точки равномерно внутри начального эллипса. Рассчитать и построить графики возрастания среднеквадратичного эмиттанса при движении пучка вдоль нелинейного канала при различных значениях коэффициента нелинейности.

# Исследование и оптимизация динамики протонного пучка в периодическом квадрупольном канале

**Дано**: длинный периодический канал, составленный из толстых квадрупольных линз. Структура канала, длины линз, расстояния между ними приведены в Приложении 1. Максимальный размер пучка по обеим осям составляет 2 см. В канале распространяется протонный пучок, энергия частиц составляет 600 МэВ.

**Задача**: найти оптимальную форму пучка на фазовой плоскости на входе в канал.

**Ход выполнения**:

1. Определить первую зону устойчивости, выбрать жесткость квадруполей, отвечающую середине (примерно) этой зоны. Найти набег фазы за период.
2. Вычислить соответствующий градиент поля в линзах.
3. Рассчитать параметр Твисса ,

**Вариант 1)** вычислив матрицу перехода на период из каждой точки рассматриваемой области и используя параметризацию Твисса; дополнительно проверить независимость следа этой матрицы от ;

**Вариант 2)** вычислив косинусо- и синусообразные решения из какой-либо начальной точки и используя результат решения задачи 6.11. Дополнительно проверить независимость определителя этой матрицы от .

Проверить найденные функции, рассчитав по ним набег фазы за период и сравнив его с ранее найденным значением.

1. Определить максимально возможный эмиттанс пучка. Построить оптимальные входные фазовые объёмы.

# Исследование движения заряженной частицы в азимутальном магнитном поле

**Дано**: частица движется в магнитном поле, в котором отлична от нуля только азимутальная компонента (поле в тороидальном соленоиде, поле прямого тока).

**Задача**: проинтегрировать ее движение, учитывая что это начальный радиус частицы, начальной радиальной скорости нет. Соотнести результат с дрейфовой теорией. Линеаризовать полученные уравнения.

**Ход выполнения**:

1. Записать уравнения движения частицы, аналитически проинтегрировать два из них.
2. Численно проинтегрировать оставшееся уравнение движения для параметров: Гс,   
    м, частица – электрон, в начале имеет только азимутальную скорость, начальная энергия 100 кэВ. Соотнести полученный результат с дрейфовой теорией.
3. Найти, при каких условиях частица будет двигаться с постоянным радиусом. Проверить численно.
4. Линеаризовать уравнение радиального движения, найти в первом порядке равновесный радиус, сравнить результаты (величину пульсаций по радиусу, число пульсаций за один период обращения по окружности, усреднённую скорость движения вдоль оси ) с численным расчётом.

# Оптимизация динамики пучка заряженных частиц в ФО и ФОДО каналах

**Дано**: длинный периодический канал, составленный из тонких фокусирующих и дефокусирующих линз.

**Задача**: Рассмотреть каналы, имеющие ФО и ФОДО структуру, исследовать динамику частиц в таких каналах. Найти оптимальную силу линз для минимизации размеров пучка в каналах.

**Ход выполнения**:

1. Определить область устойчивости для ФО канала.
2. Построить бета-функцию в этом канале и найти, где она будет максимальной. Рассматривая максимальную величину бета-функции как функцию, зависящую от силы линз, найти максимально возможный акцептанс ФО канала (при заданном размере вакуумной камеры).
3. При оптимальной силе линз найти набег фазы за период и определить пульсации пучка в таком канале.
4. (**Вариант 1**) Аналогично для ФОДО канала, состоящего из тонких линз с одинаковым фокусным расстоянием.
5. (**Вариант 2**) Рассмотреть канал, состоящий из дуплетов тонких линз с одинаковым фокусным расстоянием (в отличие от ФОДО канала, расстояние между линзами неодинаковое). Определить область устойчивости, найти выражение для максимума бета-функции. Построить таблицу оптимальных фокусных расстояний линз в зависимости от соотношения расстояний между ними. Считая расстояние между линзами в дуплете много меньше расстояния между дуплетами, получить аналитическое выражение для оптимального фокусного расстояния и оптимального набега фазы, сравнить с точными величинами.

# Рассмотрение уравнения Матье, анализ его решения в виде функций Флоке

**Дано**: уравнение Матье.

**Задача**: численно решить это уравнение, проанализировать это решение.

**Ход выполнения**:

1. Численно найти *C*- и *S*-образные решения уравнения Матье, в качестве параметров взяв какую-то точку на диаграмме Айнса-Стретта (например, *a* = 7, *b* = 3). Найти матрицу перехода на один период, рассчитать косинус и синус . Исходя из *C*- и *S*-образных решений, построить модуль функции Флоке.
2. Проверить, что будет при переходе в области неустойчивости (рассмотрев, например, *a* = 4.5, *b* = 1.5).
3. Численно найти решение уравнения для (модульной части решения уравнения Матье), в одном случае взяв в качестве начальных условий модуль функции Флоке и ее производную, в другом – пару каких-либо других чисел. Увидеть, что в первом случае решение уравнения становится периодическим; сравнить его с ранее полученным графиком модуля функции Флоке. Рассчитать набег фазы на период, пояснить его величину.
4. Выбрав какие-либо начальные условия для уравнения Матье, представить его решение в виде . Убедиться, что решение не зависит от начальных условий для . Сравнить с прямым численным решением уравнения Матье.

# Исследование устойчивости движения в канале со знакопеременной фокусировкой

**Дано**: длинный периодический канал, составленный из квадрупольных линз, которые могут иметь различную силу.

**Задача**: найти область устойчивого движения в таком канале.

**Ход выполнения**:

1. Задан канал, состоящий из последовательности фокусирующих и дефокусирующих квадрупольных линз. Считая линзы тонкими, а расстояние между ними одинаковым и равным , найти на плоскости переменных и область, в которой движение в канале будет устойчивым по обоим поперечным координатам.
2. Аналогично рассмотреть канал, полностью занятый толстыми квадрупольными линзами, имеющими одинаковую длину. Область устойчивости построить на плоскости фаз движения в линзах. Для определения границ области устойчивости или самим написать программу построения линии одного уровня, которые определяются нелинейным уравнением , или воспользоваться Wolfram Mathematica.

# Исследование динамики заряженных частиц в аксиально-симметричном соленоиде

**Дано**: длинный аксиально-симметричный соленоид с однородным полем, через который пролетает заряженная частица.

**Задача**: рассчитать предложенную систему численно (например, в программе WinSAM) и аналитически, сравнить эти два решения.

**Ход выполнения**:

1. Создать участок более-менее однородного магнитного поля длиной 300 мм и величиной 1 кГс. Для этого в численной программе ввести соленоид указанной длины с внутренним радиусом 50 мм, подобрать величину тока в нем для достижения указанного поля. Для повышения однородности поля ввести вокруг соленоида магнитный экран, создать маленькие катушки по краям основного соленоида с повышенным током, создать маленькие компенсирующие катушки вне магнитного экрана с обратным током для уменьшения “хвостов” поля.
2. Рассчитать пролет сквозь этот соленоид электрона с энергией 300 кэВ, начальным радиусом 5 мм и нулевым начальным наклоном к оси. Подобрать такую энергию, чтобы после пролета электрон также имел нулевой наклон.
3. Рассчитать матрицу пролета сквозь соленоид. Для этого рассмотреть три области: короткие области входа в однородное поле и выхода из него, при пролете через которые поперечные координаты частицы приблизительно остаются постоянными, и область однородного поля. Рассматривая поперечные уравнения движения в каждой из областей, получить искомую матрицу как произведение матриц пролета каждой из этих областей. Решить задачу, аналогичную поставленной в предыдущем пункте, сравнить эти решения.

# Изучение сферической аберрации аксиально-симметричной магнитной линзы

**Дано**: Аксиально-симметричная магнитная линза образована тонким витком с током.

**Задача**: рассчитать коэффициент сферической аберрации такой линзы численно (например, в программе WinSAM), сравнить с аналитическим решением.

**Ход выполнения**:

1. В численной программе задать очень маленький прямоугольный соленоид, моделирующий виток с током. Радиус витка взять равным 50 мм, ток – 1 кА. Рассчитать магнитное поле вдоль оси линзы, сравнить с теоретическими данными.
2. Используя теоретически вычисленное распределение, численно проинтегрировать движение электрона с энергией 125 кэВ в идеально линейной линзе, восстановить точку фокуса и фокусное расстояние линзы. Сравнить полученную величину фокусного расстояния с фокусным расстоянием тонкой линзы (см. формулу в учебном пособии), объяснить различие.
3. В расчётной программе рассчитать пролёт сквозь эту магнитную линзу электронов с энергией 125 кэВ с начальными радиусами от 1 до 20 мм. В начале своего движения электроны находятся достаточно далеко от линзы, имеют нулевой наклон к оси. По результатам траекторного анализа построить зависимость  от  (см. определение коэффициент сферической аберрации в учебном пособии), подобрать величину этого коэффициента.

В предлагаемой литературе найти формулу для коэффициента сферической аберрации тонкой магнитной линзы, рассчитать величину коэффициента по этой формуле, сравнить её с ранее полученной.

# Расчёт плоского конденсатора с минимальным полем на поверхности (профиль Роговского)

**Дано**: плоский конденсатор с расстоянием между пластинами 50 мм и разностью потенциалов 20 кВ.

**Задача**: численно найти такую форму обкладок конденсатора (например, в программе WinSAM), чтобы максимальное поле на их поверхности не превышало 6 кВ/см, а поле на расстоянии 10 мм от центральной плоскости конденсатора было однородным с точностью 5% на протяжении ±30 мм.

**Ход выполнения**:

1. Изначально взять прямоугольное сечение одной из обкладок конденсатора (выбрав ширину пластины в несколько раз превышающую зазор); другую обкладку можно заменить на плоскость с нулевым потенциалом, лежащую посередине. Рассчитать такую систему, убедиться, что поле на поверхности обкладки имеет очень сильные всплески. Закруглить концы пластины, нарисовать график зависимости максимального поля на поверхности пластины в зависимости от радиуса закругления.
2. Сделать пластину конденсатора тонкой, сместить обкладку чуть выше и соответственно увеличить её потенциал, чтобы величина поля в зазоре осталась неизменной. Пересчитать систему, построить эквипотенциаль 10 кВ. **Факультативно**: сравнить форму эквипотенциали с аналитической.
3. Провести контур нового электрода таким образом, чтобы он совпал с данной эквипотенциалью. Удалить старый электрод, пересчитать получившийся конденсатор. Если необходимо, как-то сгладить углы.
4. Убедиться, достигается ли требуемая однородность поля. Если необходимо, скорректировать ширину обкладки.

# Синтез формы электродов пушки Пирса

**Дано**: пушка Пирса с плоским катодом круглой формы; напряжение катод-анод 10 кВ, радиус катода 10 мм.

**Задача**: найти форму электродов (катода и анода) в такой пушке, чтобы она формировала однородный пучок с током 2 А.

**Ход выполнения**:

1. Рассчитать величину зазора между катодом и анодом для получения требуемого тока.
2. Используя формулу из приложения 7 в учебном пособии, найти (при помощи, например, MathCAD) требуемую форму эквипотенциалей.
3. Ввести электроды с найденной формулой в какую-либо расчётную программу (например, в WinSAM), рассчитать пушку, убедиться в достижении требуемых результатов – величины тока, прямолинейности траекторий, однородности плотности тока по сечению пучка.

# Приложение 1. Геометрия канала с квадрупольными линзами для работы 2



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Линзы (см) | | | | Промежутки (см) | |
|  |  |  |  |  |  |
| Вар. 1 | 1 | 100 | 120 |  |  | 20 | 30 |
| 2 | 85 | 80 |  |  | 30 | 20 |
| 3 | 100 | 110 |  |  | 40 | 25 |
| Вар. 2 | 1 | 35 | 70 | 35 |  | 20 |  |
| 2 | 40 | 80 | 35 |  | 20 |  |
| 3 | 30 | 60 | 30 |  | 20 |  |
| Вар. 3 | 1 | 60 | 55 | 55 | 40 |  |  |
| 2 | 40 | 50 | 55 | 35 |  |  |
| 3 | 30 | 60 | 55 | 30 |  |  |